Опорний конспект з теми «Системи числення»

Під **системою числення** (СЧ) розуміють сукупність правил найменування та запису чисел. Людина звикла до десяткової системи запису чисел ***(системи числення).***

Кількість символів, за допомогою яких можна записати будь-яке число в даній системі числення, називається основою системи числення, а самі символи – алфавітом. У десятковій системі є ***десять знаків*** — цифр, якими записують числа від 0 до 9. Великі числа записують тими самими знаками, але не одним, а двома й більше. У записі числа знаки мають різні ***позиції*** і тому цифра праворуч позначає кількість одиниць, наступна — кількість десятків, і так далі. Отже, одна й та сама цифра залежно від позиції має «різну вагу». Наприклад, у записі 32 цифра 2 задає дві одиниці, а у записі 23 — два десятки.

Розрізняють два типи систем числення - позиційні та непозиційні.

Позиційними системами числення називають такі системи, в яких «вага» кожної цифри в числі залежить від її місцеположення в записі цього числа. Системи числення, які побудовані на інших принципах, називають **непозиційними**.

Непозиційна система – це римська система числення. У ній певні числа мають своє символьне позначення, а всі інші числа записуються за допомогою комбінації цих символів, які в сумі дають необхідне число.

Наприклад, I - один, V - п'ять, X - десять, L — п'ятдесят, C - сто, D - п'ятсот, M - тисяча і т. д.

LXXXVII – 87; XCIX – 99; MLIV – 1054; CLXVI – 166.

Ви, мабуть, звернули увагу на те, що числа в римській системі числення компонуються із символів у порядку спадання їх значень. Виняток складають лише числа IV (4), IX (9), XL (40), XC (90), CM (900) і т. д. Тобто якщо менше за «вагою» число передує більшому, то його треба не додавати до результату, а віднімати. Справді, запис IV (4) компактніший, ніж IIII а XC (90) - компактніший, ніж LXXXX, хоча за значеннями вони рівні.

Найпоширеніші позиційні системи числення: десяткова, двійкова, вісімкова, шістнадцяткова і т. д. Будемо пам'ятати, що числа в будь-якій позиційній системі числення утворюються комбінацією цифр цієї системи числення. А саме, коли, рахуючи в десятковій системі числення, ми доходимо до числа 9, то переходимо на двоцифрові числа, комбінуючи спочатку цифру 1 з усіма іншими цифрами (10, 11, 12, ..., 19), потім цифру 2 з тими самими цифрами (20, 21, 22, ..., 29) і так далі, поки не дійдемо до числа 99. Після цього починаємо утворювати три-цифрові числа за тими самими правилами: 100, 101, ..., 109, 110, 111, ..., 199, 200, 201, ..., 999. Для прикладу давайте розглянемо 10-ву, 8-ву та 5-ву системи числення.

10-ва:	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, ...
8-ва:	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, ...
5-ва:	0, 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 24, 30, 31, ...

Бачимо, що в усіх системах числення зустрічаються одні й ті самі числа, але значення їхнє в різних системах різне. Для того щоб визначати, в якій системі числення записане дане число, вказуватимемо індексом біля цього числа основу системи числення, в якій воно записане: 5_8, 10_{16}, 101_2.

Виявляється, що у 10-й системі числення остання цифра 9, у 8-й - 7, а у 5-й - 4. Оскільки першою цифрою в будь-якій системі числення є цифра 0, остання можлива цифра в ній завжди на одиницю менша за основу цієї системи числення.

Найчастіше застосовують системи числення з основами 2, 8, 10, 16. У системі числення з основою $p = 8$ алфавіт такий: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. У двійковій системі числення $p = 2$. Алфавіт системи складається з двох цифр: 0, 1. Приклади двійкових чисел:

$$(110011)_2, (1110001)_2, (101)_2, .$$
$$(101101)_2 = 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 = (45)_{10}.$$

В комп’ютерних технологіях широко використовується шістнадцяткова система числення. Певна річ, що треба мати 16 символів для позначення цифр. Перші десять цифр можна запозичити з десяткової системи числення, а щодо решти, то їх домовилися позначати великими латинськими літерами:

10 - A, 11 - B, 12 - C, 13 - D, 14 - E, 15 - F.

Таким чином, запис $(2CF)_{16}$ буде означати вираз:

$$(2CF)_{16} = 2\times16^2 + 12\times16^1 + 15\times16^0 = (944)_{10}.$$