

## Логічні висловлювання та логічні операції

Поняття висловлювання, як і поняття множини, не означають, а дають йому описову характеристику з використанням багатьох прикладів. Зокрема, до висловлювань відносять розповідні речення, які можна охарактеризувати як істинні або хибні.

Таким чином, під висловлюванням розуміють таке речення, яке є істинним або хибним. Відповідь на запитання про істинність чи хибність даного висловлювання дає та галузь науки чи людської діяльності, до якої воно належить.

Розглянемо приклади:

- 1) Київ – столиця України;
- 2) ;
- 3);
- 4) існують натуральні числа  $x, y, z$ , для яких ;
- 5) квадрат будь-якого дійсного числа невід'ємний;
- 6)  $x + 2y < 1$ ;
- 7) відкрийте книгу на десятій сторінці.

Серед наведених речень 1–5 є висловлюваннями, причому 1, 3, 4, 5 – істинні, а 2 – хибне. Речення 6 і 7 не належать до висловлювань.

Висловлювання позначають великими латинськими буквами (з індексами або без них):  $A, B, C_1, C_2, \dots$ . Ці букви називають висловлювальними змінними. У математичній логіці висловлювання вивчають тільки з погляду того, істинні вони чи хибні, не цікавлячись їх конкретним змістом.

Тому для довільного висловлювання  $A$  введемо його значення істинності  $|A|$  за таким правилом:

Наприклад, якщо позначимо  $A$  висловлювання « – раціональне число», а  $B$  – висловлювання «залізо – це метал», то матимемо  $|A| = 0, |B| = 1$ .

Усі висловлювання можна поділити на прості і складні. Просте висловлювання – це таке висловлювання, яке не утворене з інших висловлювань, а складне висловлювання утворюється з простих висловлювань. Наприклад, висловлювання « $2 + 3 = 8$ » є простим, а висловлювання «Якщо 36 ділиться на 2 і 36 ділиться на 3, то 36 ділиться на 6» є складним.

У математичній логіці прості висловлювання розглядаються як цілі, неподільні, їх внутрішню структуру не аналізують. Навпаки, визначення істинності чи хибності складних висловлювань є одним із завдань логіки.

Складні висловлювання одержують з більш простих за допомогою логічних операцій. При утворенні висловлювань найчастіше використовується частка не та сполучні слова і, або, якщо ..., то, ... тоді і тільки тоді, коли .... у математичній логіці їм відповідають певні логічні операції.

Запереченням висловлювання  $A$  називається таке висловлювання, яке хибне тоді і тільки тоді, коли висловлювання  $A$  істинне.

Висловлювання читається «не  $A$ ». Означення заперечення висловлювання можна подати у вигляді таблиці.

Наприклад, якщо  $A$  – «Дніпро впадає в Чорне море», то  $\neg A$  – «Неправильно, що Дніпро впадає в Чорне море». При цьому  $|A| = 1, |\neg A| = 0$ .

Заперечення є 1-арною (або унарною) алгебраїчною операцією на множині висловлювань: кожному висловлюванню зіставляється його заперечення. Усі інші логічні операції, які розглядаються нижче, є бінарними алгебраїчними операціями на множині всіх висловлювань.

кон'юнкцією двох висловлювань  $A$  і  $B$  називається таке висловлювання, яке істинне тоді і тільки тоді, якщо істинні обидва висловлювання  $A$  і  $B$ .

Кон'юнкція висловлювань  $A$  та  $B$  позначається або  $A \& B$  і читається « $A$  і  $B$ ». Нехай, наприклад,  $A$  – «7 – просте число»,  $B$  – « $3 + 5 < 6$ ». Тоді  $A \& B$  – «7 – просте число і  $3 + 5 < 6$ ». Оскільки  $|A| = 1, |B| = 0$ , то за означенням  $|A \& B| = 0$ .

Диз'юнкцією двох висловлювань  $A$  і  $B$  називається таке висловлювання, яке хибне тоді і тільки тоді, коли хибні обидва висловлювання  $A$  і  $B$ .

Диз'юнкція висловлювань  $A$  та  $B$  позначається  $A \vee B$  і читається « $A$  або  $B$ ».

Нехай, наприклад,  $A$  – «Алюміній – газ»,  $B$  – «Вода – рідина». Тоді  $A \vee B$  – «Алюміній – газ або вода – рідина». Оскільки  $|A| = 0, |B| = 1$ , то  $|A \vee B| = 1$ .